

Kolokvijum iz predmeta
Matematika 2

Pripremni materijal

April 2020.

Ime i prezime: _____ Broj indeksa: _____

1. (a) Definicija ograničenog skupa, maksimuma skupa i supremuma skupa.

(b) Odrediti domen i kodomen funkcije $f(x) = -(x - 4)^2$, i skicirati njen grafik.

(c) Funkciju $F(x) = \sqrt[3]{\frac{\cos x}{1 + 2 \cos x}}$ napisati u obliku $f \circ g$.

2. (a) Definicija niza i granične vrijednosti niza.

(b) Ako je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ i $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$, da li je $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)^2 = a^2 - b^2$? Obrazložiti.

(c) Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \sin n$

(d) Izračunati: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$

3. (a) Hajneova definicija granične vrijednosti funkcije.

(b) Izračunati: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$

4. (a) Definicija neprekidnosti. Tačke prekida funkcije i karakteri tačaka prekida funkcije.

(b) Da li funkcija $f(x) = |x - 1|$ ima lijevu i desnu graničnu vrijednost u tački $x = 1$, i da li je neprekidna u toj tački? Obrazložiti.

(c) Ispitati neprekidnost u tački $x = 0$ funkcije: $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}, & x < 0 \end{cases}$

5. (a) Definicija izvoda funkcije f u tački x_0 .

(b) Teorema o izvodu složene funkcije.

(c) Odrediti jednačinu tangente na krivu $y = 2x^3 - 4x^2 - x$ čiji je koeficijent pravca $\frac{1}{2}$.

6. (a) Definicija stacionarne tačke. Potreban uslov lokalnog ekstremuma (Fermaova teorema).

(b) Ispitati monotonost i odrediti ekstremne vrijednosti funkcije $f(x) = (x + 1)e^{2x}$

(c) Odrediti asimptote na grafik funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$

7. U kružnicu poluprečnika r upisan je trougao maksimalne površine. Izračunati dužine stranica tog trougla.